

$$W_e = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon\epsilon_0} \text{ y } F = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{F^{vac}}{\epsilon} \quad (\text{en el SI}),$$

$$W_e = \frac{\epsilon E^2}{8\pi} = \frac{2\pi\sigma^2}{\epsilon} \text{ y } F = \frac{2\pi\sigma^2}{\epsilon} = \frac{F^{vac}}{\epsilon} \quad (\text{en el sistema CGSE}),$$

Donde F^{vac} es la fuerza que actúa sobre la placa del mismo condensador en ausencia del dieléctrico, es decir, en el vacío.

En el segundo caso, en la capa de espesor dx que se forma como resultado de separar la placa del condensador hay un aire cuya permitividad relativa es igual a 1. Por esto, la densidad volumétrica de la energía del campo electrostático en esta capa será

$$W_e = \frac{\epsilon_0 (E^{vac})^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \quad (\text{en el SI}),$$

$$W_e = \frac{(E^{vac})^2}{8\pi} = 2\pi\sigma^2 \quad (\text{en el sistema CGSE}).$$

Respectivamente, la fuerza F que actúa sobre la placa resulta ser la misma que en ausencia del dieléctrico solidó:

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0} = F^{vac} \quad (\text{en el SI}),$$

$$F = 2\pi\sigma^2 S = F^{vac} \quad (\text{en el sistema CGSE}).$$

Respectivamente, la energía de un sistema arbitrario de cargas (**p. 2º**) coincide con la energía del campo electrostático de este sistema:

$$\int_{V_{campo}} w_e dV = \frac{1}{2} \int_{S_{carg}} \varphi \sigma dS + \frac{1}{2} \int_{V_{carg}} \varphi \rho dV.$$

7º. Ejemplo. Energía del campo electrostático de una esfera conductora de radio R , cargada uniformemente y rodeada por un dieléctrico isotrópico homogéneo de permitividad relativa ϵ . La capacidad eléctrica de una esfera conductora es igual (en el SI) a $C = 4\pi\epsilon_0 R$, y la energía de una esfera en la que existe la carga Q (en el SI) constituye.

$$W = \frac{Cq^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R}.$$

El campo está localizado en el espacio fuera de la esfera ($r > R$). La intensidad del campo y la densidad volumétrica de su energía (en el SI) constituyen.

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \text{ y } w_e = \frac{\epsilon\epsilon_0 R^2}{2} = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon\epsilon_0 r^4},$$

Siendo r la distancia al centro de la esfera. La densidad volumétrica de la energía del campo es igual dentro de los límites de una capa esférica delgada limitada por las esferas concéntricas de radios r y $r + dr$. El volumen de esta capa $dV = 4\pi r^2 dr$. La energía de todo el campo de la esfera cargada (en el SI) es

$$\int_{V_{campo}} w_e dV = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R}.$$

8º. El proceso de polarización de un dieléctrico introducido en un campo eléctrico externo va acompañado del trabajo de deformación de las capas electrónicas de los átomos y moléculas y de la rotación de los ejes de las moléculas polares en dirección del campo. Por eso, el dieléctrico polarizado posee una reserva de energía cuya densidad volumétrica para un dieléctrico isotrópico es

$$w_{e(diel)} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{P}_e = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1)}{2} E^2 \quad (\text{en el SI}),$$

$$w_{e(diel)} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{P}_e = \frac{\epsilon - 1}{8\pi} E^2 \quad (\text{en el sistema CGSE})$$

La densidad volumétrica de la energía del campo con la misma intensidad \mathbf{E} en el vacío será

$$W_{e(vac)} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \quad (\text{en el SI}),$$

$$W_{e(vac)} = \frac{E^2}{8\pi} \quad (\text{en el sistema CGSE})$$

Capítulo III.6 Energía del campo eléctrico

§ III.6.1. Energía de un conductor cargado y del campo eléctrico**)

1°. Para comunicar una carga eléctrica a un conductor hay que realizar trabajo en vencer las fuerzas repulsivas de Coulomb entre las cargas de igual signo. Este trabajo se gasta en aumentar la energía eléctrica del conductor cargado, que es análoga a la energía potencial en una mecánica (**1.3.3.1°**). El trabajo δA que realizan las fuerzas externas al trasladar la carga dq desde el infinito al conductor aislado constituye.

Donde C y φ son la capacidad eléctrica y el potencial del conductor.

$$\delta A' = \varphi dq = C \varphi d\varphi$$

El trabajo realizado al aumentar el potencial del conductor desde 0 hasta φ , es decir, al comunicarle a este último la carga $q = C \varphi$, es decir, al comunicarle a este último la carga $q = C \varphi$, constituye

$$A' = \int_0^{\varphi} C \varphi d\varphi = \frac{C \varphi^2}{2},$$

) En este capítulo se supone en todas partes que las cargas eléctricas se hallan en un medio no ferro eléctrico (III.5.4.1°**).

Respectivamente, la *energía de un conductor cargado solitario* será:

$$W_e = \frac{C \varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q \varphi}{2}.$$

La *energía de un condensador cargado* constituye

$$W_e = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q \Delta\varphi}{2},$$

Donde C y q son la capacidad eléctrica y la carga del condensador. Y $\Delta\varphi$, la diferencia de potencial entre sus armaduras.

2° La energía de cualquier sistema de cargas en reposo se puede representar de la forma

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{S_{\text{carg}}} \varphi \sigma dS + \frac{1}{2} \int_{V_{\text{carg}}} \varphi \rho dV.$$

donde σ y ρ son las densidades superficial y volumétrica de las cargas libres (**III.5.3.1°**); φ , el potencial del campo resultante de todas las cargas libres y ligadas en los puntos de los elementos infinitesimales dS o dV de la superficie o del volumen cargados. La integración se extiende a todas las superficies S_{carg} y volúmenes V_{carg} cargados. La influencia del medio dieléctrico se manifiesta en que, siendo invariable la distribución en el espacio de las cargas libres, el valor de φ en un mismo punto del campo no es igual en dieléctricos distintos. Así, en un dieléctrico isótropo homogéneo que llene todo el campo, φ es 8 veces menor que en el vacío.

3°. El campo eléctrico posee una energía que está distribuida por todo el volumen del espacio donde existe este campo. Respectivamente, la energía de un conductor cargado o de un condensador, es la energía de sus campos electrostáticos. Por ejemplo, para el campo homogéneo de un condensador plano (**III.4.2.5°**),